

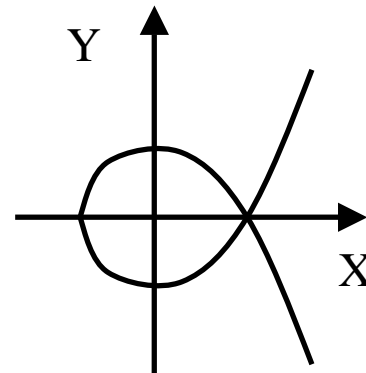


楕円曲線を利用した
ネットワークセキュリティシステム
構築の検討

2004年11月22日

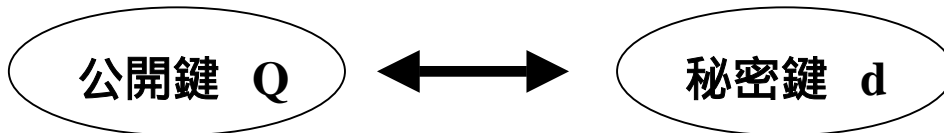
株式会社 メビウス

〒220-0073 横浜市西区岡野1-14-1
<http://www.mebius.co.jp>

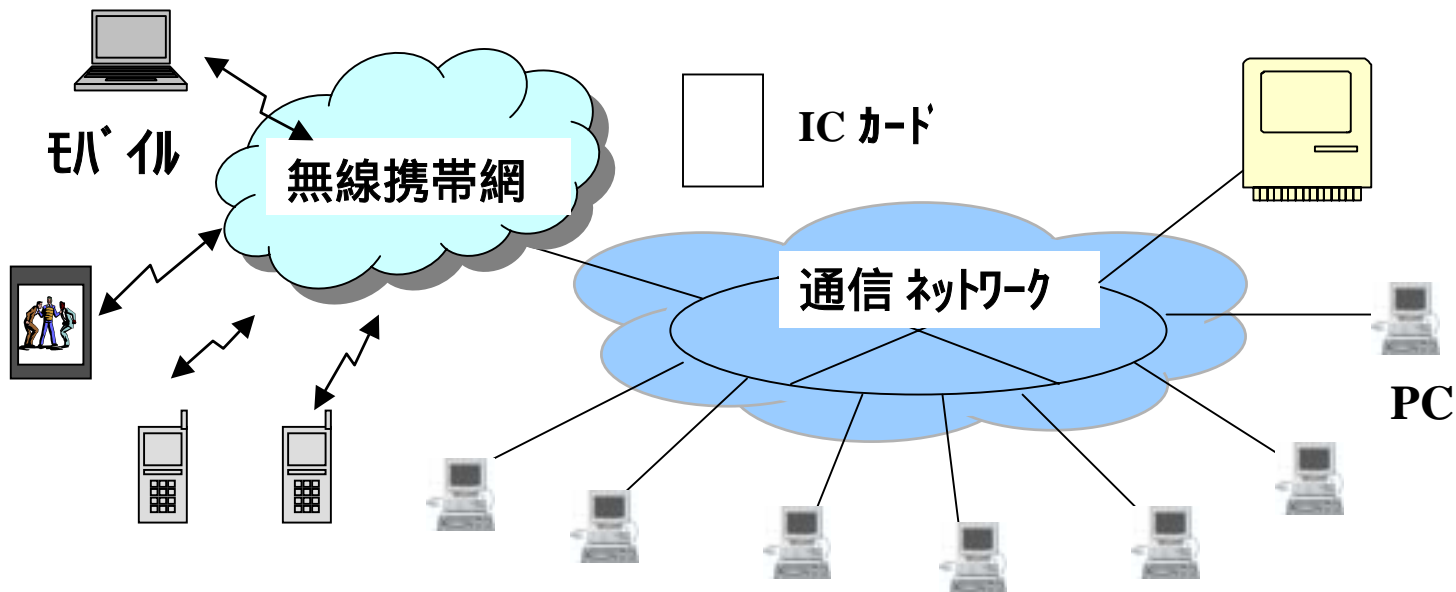
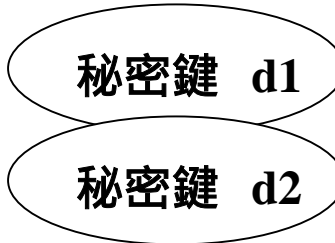


概要

公開鍵暗号システム

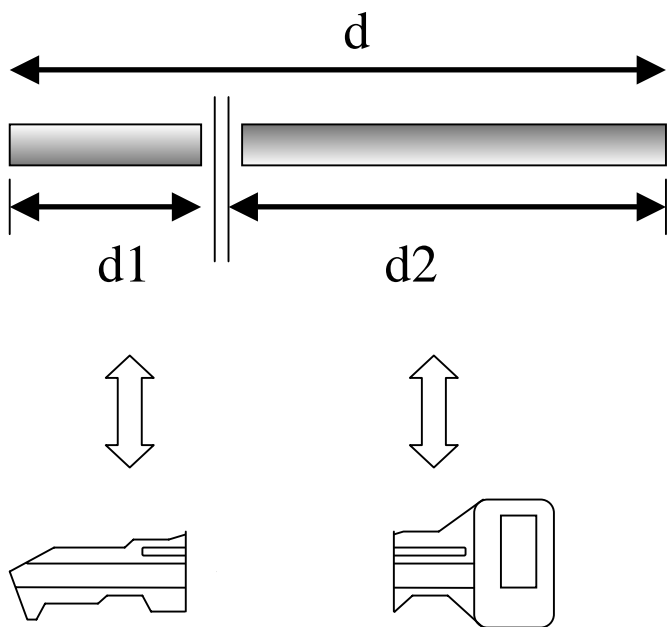


もっと 安心か？
(めんどろ?)

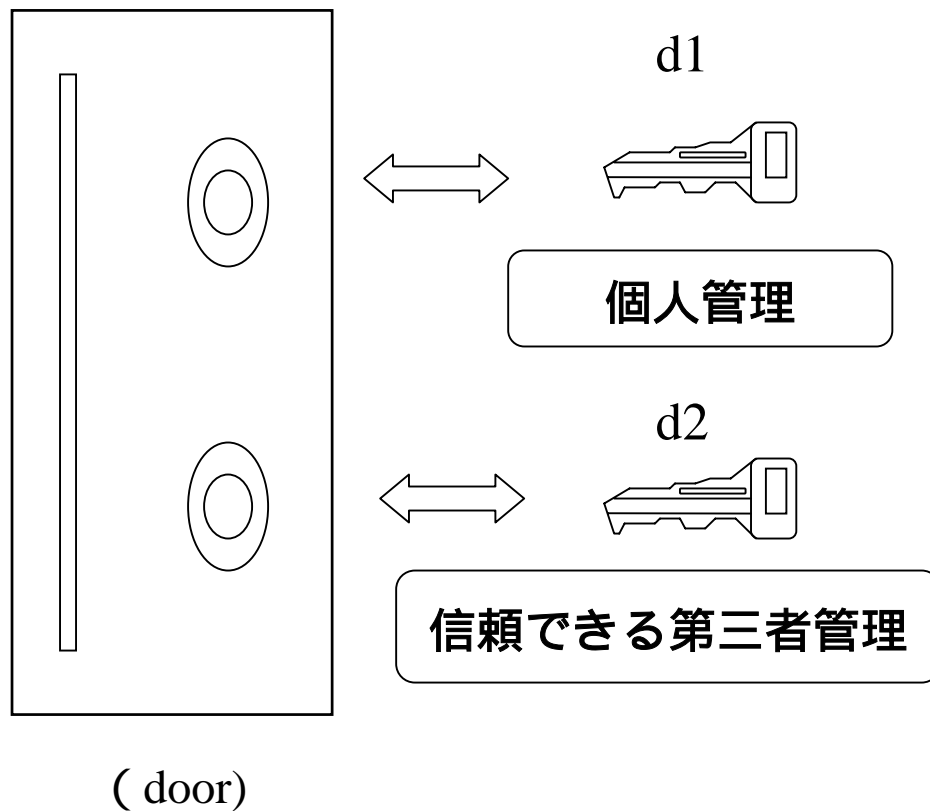


複数の秘密鍵の運用

1. 長い秘密鍵の分割

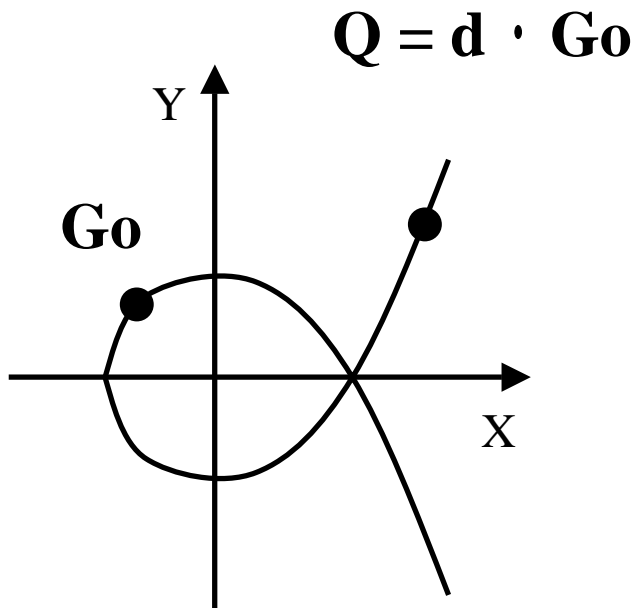


2. 独立に処理できる秘密鍵の構成



システムの構成方式

楕円曲線の離散対数問題に着目



$$Y^2 = X^3 + a \cdot X + c$$

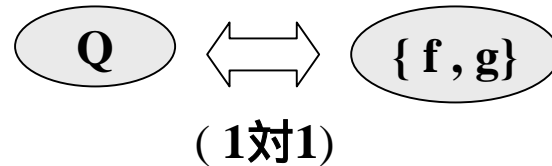
$$\#E(Fq) = u \cdot s \quad (s; \text{大きな素数})$$

公開鍵 Q 和の形式

$$Q = f \cdot G_0 + g \cdot G_e$$

秘密鍵 $\{ f, g \}$ 組

生成元 G_0, G_e 独立



1. 楕円曲線の安全性の確保
2. 暗号化、復号化の方式
3. 電子署名の作成、検証
4. 運用例
鍵の管理

2個の生成元を持つ楕円曲線

安全な楕円曲線を用意
(1個の生成元 G_0)

$$Y^2 = X^3 + a \cdot X + b$$

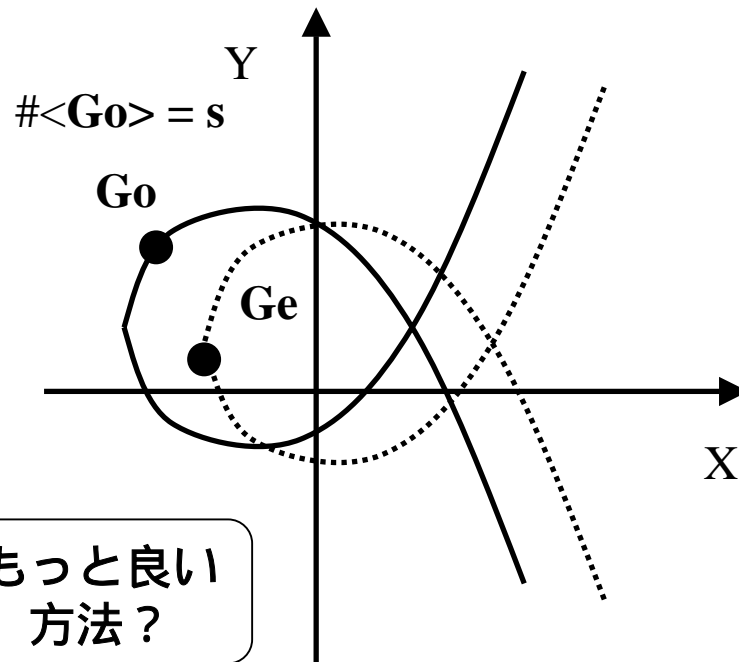
定義体 $a, b \in \mathbb{F}_q$ ($q = p^n$)

定義体の代数拡大
 $\mathbb{F}_q(\)$

G_0 とは別の巡回群の
生成元 G_e

$$G_e = (x_e, y_e)$$

$$m \cdot G_0 + n \cdot G_e \quad (m, n \in \mathbb{Z})$$



もっと良い
方法?

\mathbb{F}_q に付加する

$$f(X) = X^3 + a \cdot X + b$$

(a) $x_e \in \mathbb{F}_q \implies f(x_e) = 0$

(b) $x_e = t^2$ となる $t \in \mathbb{F}_q$ が存在しない。

(c) $x_e = t^2$

楕円曲線の位数の評価

$F_q(\)$ の位数 q^2

$\#E(F_q) = u \cdot s$ 定義体 F_q の楕円曲線の位数
 s ; 大きな素数

$\#E(F_q(\))$ 定義体 $F_q(\)$ の楕円曲線の位数

ハッセの定理

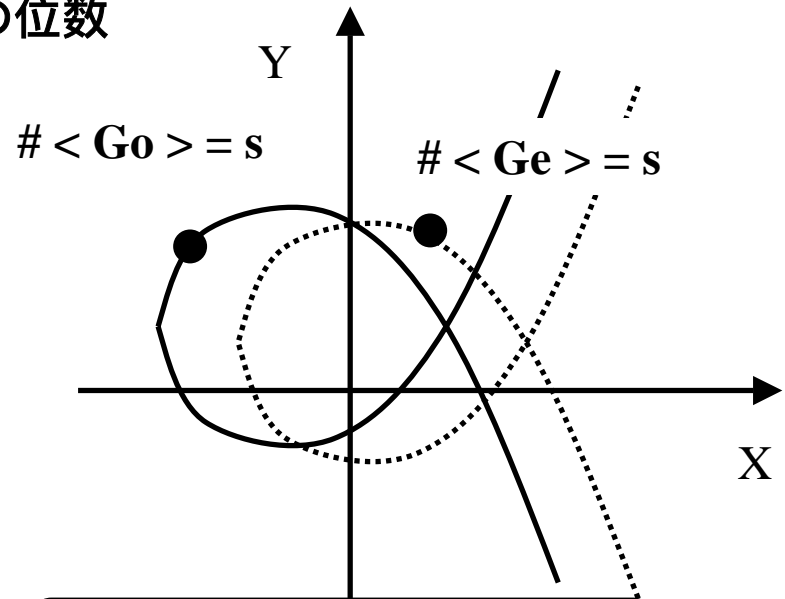
$$\begin{array}{l} 1 + q - 2\sqrt{q} \leq \#E(F_q) \leq 1 + q + 2\sqrt{q} \\ 1 + q^2 - 2q \leq \#E(F_q(\)) \leq 1 + q^2 + 2q \end{array}$$

これより

$$\#E(F_q(\)) \leq (\#E(F_q)) * (\#E(F_q))$$

$$\#E(F_q) \leq \# < G_o > = s$$

$$\#E(F_q(\)) \leq (\# < G_o >) * (\# < G_e >)$$



種数 1 以上にも適用可能？

暗号化, 復号化の方式

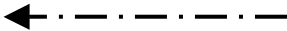
送信者

通信相手1-ザの
公開鍵 $Q1, Q2$
ベースポイント Go, Ge

通信相手1-ザ

公開鍵 $Q = f \cdot Go + g \cdot Ge$
 $Q1 = f \cdot Go, Q2 = g \cdot Ge$
ベースポイント Go, Ge
秘密鍵 $\{f, g\}$

通信相手の
公開鍵の取得

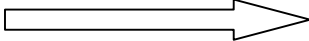


暗号化

乱数 $r1, r2$ の生成

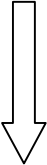
$\cdot Go = R1,$
 $\cdot Ge = R2$
 $\cdot Q1 + r1 \cdot Q2 = T$
 $= (Tx, Ty)$
 $c = (Tx) \oplus m$
(m ; 平文 c ; 暗号文)

暗号データの送信



$\{ R1, R2, c \}$

復号化



$f \cdot R1 + g \cdot R2 = T$
 $= (Tx, Ty)$
 $m = (Tx) \oplus c$

秘密鍵 f, g は、
独立に処理可能

電子署名作成、検証の方式

送信者

通信相手ユーザ

公開鍵 $Q = f \cdot G_o + g \cdot G_e$
 ベースポイント G_o, G_e
 秘密鍵 $\{f, g\}$

送信元の
 公開鍵 Q の取得

ベースポイント G_o, G_e

電子署名の作成

電子署名の検証

乱数 r_1, r_2 の生成
 ハッシュ値 $e_1 = H(m_1)$
 平文 $m(m_1, m_2)$ $e_2 = H(m_2)$

電子署名の
 データ送信

$$R_1 = r_1 \cdot G_o = (r_1, y_1),$$

$$R_2 = r_2 \cdot G_e = (r_2, y_2)$$

電子署名 S

$\{ R_1, R_2, S, m_1, m_2 \}$

$$\begin{pmatrix} \underline{e_1 + f} & \underline{r_1} \\ \underline{g} & \underline{e_2 + r_2} \end{pmatrix}$$

$$C = S^{-1}$$

$$R = r_1 \cdot G_o + r_2 \cdot G_e$$

$$e_1 = H(m_1), e_2 = H(m_2)$$

$$\begin{aligned} & (e_1 \cdot G_o, e_2 \cdot G_e) C + (Q, R) C \\ & = (r_1 \cdot G_o, r_2 \cdot G_e) = (R_1, R_2) \end{aligned}$$

(注) ECDSA

$$c(e+r \cdot d) \cdot G_o = R_1$$

電子署名S分割による生成

部署A

$$\begin{aligned} & \text{秘密鍵 } f \\ R1 = & \cdot G_0 = (r1, y1) \\ e1 = & H(m1) \end{aligned}$$

$$S1 = \left(\frac{e1 + f}{r1} \right)$$

部署B

$$\begin{aligned} & \text{秘密鍵 } g \\ R2 = & \cdot G_0 = (r2, y2) \\ e2 = & H(m2) \end{aligned}$$

$$S2 = \left(\frac{g}{e2 + r2} \right)$$

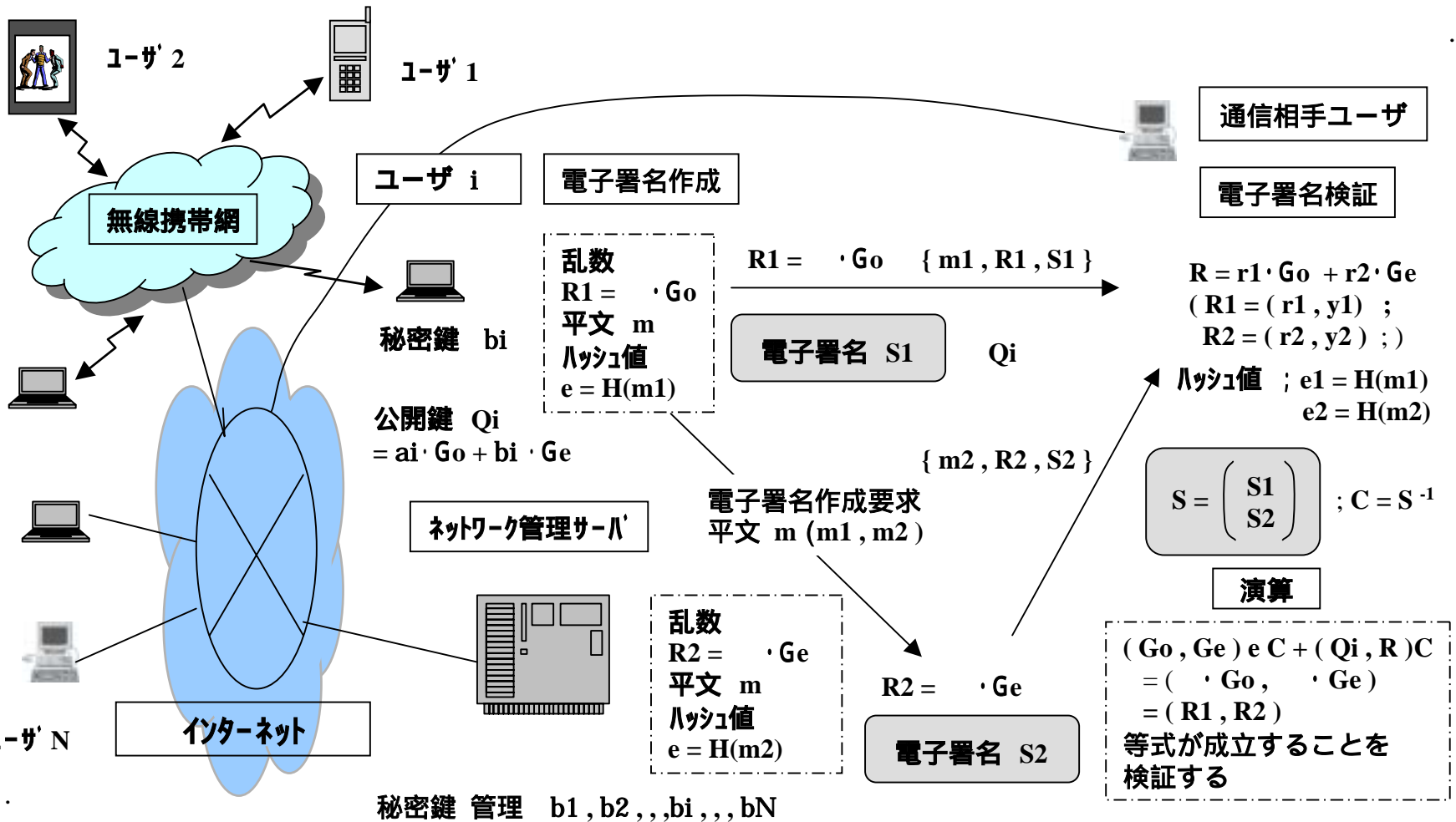
多重署名とは異なる？

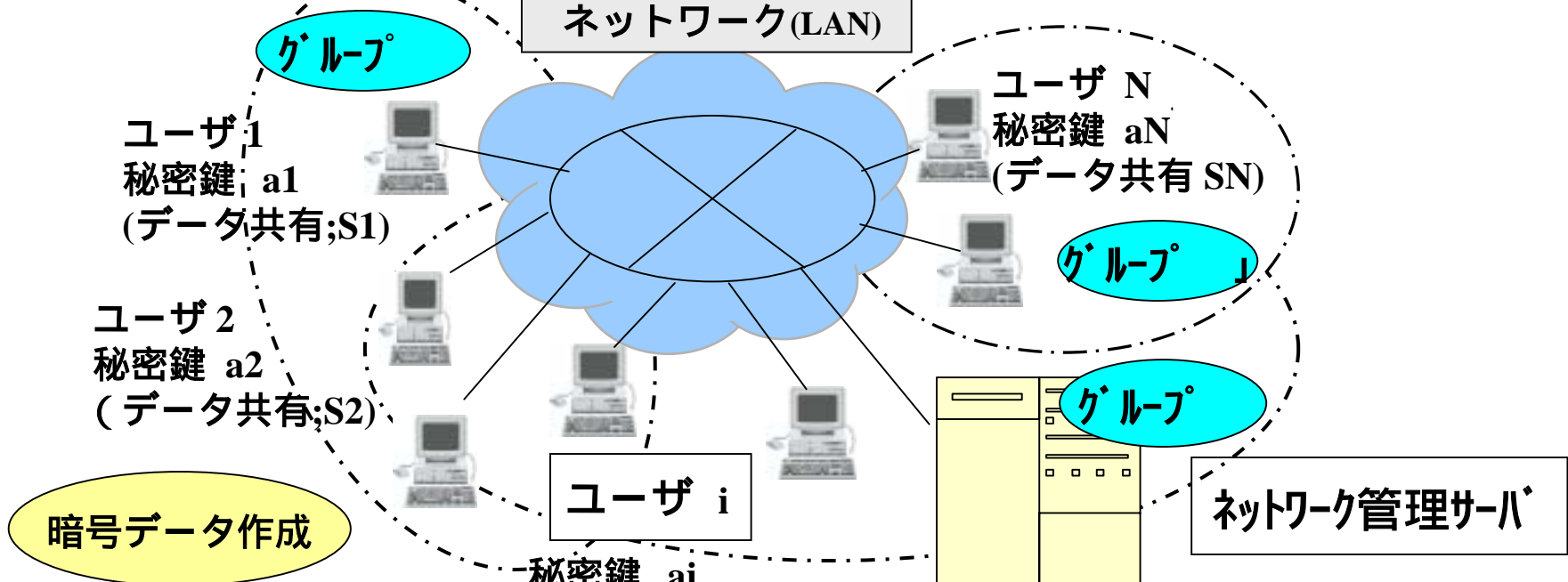
合成

$$S = \begin{pmatrix} S1 \\ S2 \end{pmatrix}$$

分散して存在するデータの
関連付けの正当性を保障する。

移動体端末での電子署名の運用例





乱数 G ,
 $R1 = G \cdot Go$
 $R2 = G \cdot Ge$
 $Ti = Qi1 + Qi2$
 平文 m
 暗号文 c
 (注; m, Ti より生成)
 暗号データ
 $\{c, R1, R2\}$

公開鍵 $Qi = Qi1 + Qi2$
 (データ共有; Si)

データ復号化

ユーザの秘密鍵 管理
 $b_1, b_2, \dots, b_i, \dots, b_N$

$\{c, R1, R2\}$

秘密鍵操作要求

$c, ai \cdot R1$

$R2$

$bi \cdot R2$

$bi \cdot R2$

アクセス履歴管理

$Ti = ai \cdot R1 + bi \cdot R2$

Ti による c の復号化
 平文 m の取得

本報告のまとめ

1. 公開鍵 Q に対して、秘密鍵を $\{ f , g \}$ 2個 持たせる方式を、楕円曲線を利用して検討した。
2. 暗号化、復号化方式
電子署名作成、検証方式にを構成した。
3. 秘密鍵2個もたせることで、きめ細かい通信の制御が可能となる見通しが得られた。
4. 応用の検討、プログラム化については、今後の課題としたい。

